

Zeitschrift Kunststofftechnik Journal of Plastics Technology

archivierte, peer-rezensierte Internetzeitschrift des Wissenschaftlichen Arbeitskreises Kunststofftechnik (WAK)
archival, peer-reviewed online Journal of the Scientific Alliance of Polymer Technology
www.kunststofftech.com; www.plasticseng.com

eingereicht/handed in: 10.07.2007
angenommen/accepted: 14.12.2007

**Dipl.-Ing. Ralf Schlottmann, Prof. Dr.-Ing. Helmut Potente,
Institut für Kunststofftechnik, Universität Paderborn**

Berechnungsverfahren für Großflächen- Schmelzefilter

In diesem Artikel wird ein Berechnungsverfahren vorgestellt, mit dem es ermöglicht wird, ein Großflächen-Schmelzefilter analytisch zu berechnen. Dieses Berechnungsschema beruht auf der Netzwerktheorie und analytischen Gleichungen zu Druckabfallberechnungen von Kunststoffschmelzen in geometrisch einfachen Elementen. Als Ergebnis der Berechnung erhält der Anwender unter anderem den Druckabfall und die Verweilzeit der Schmelze im Schmelzefilter.

A Calculation Method for Large-Area Melt Filter

In this article the authors present a calculation method which allows the analytical calculation of large-area melt filter. The calculation method is based on the network theory and analytical equations for the pressure drop calculation of plastic melts in simple geometric elements. As a result of the calculation the user gets for example the pressure drop and residence time of the plastic melt in the melt filter.

Berechnungsverfahren für Großflächen-Schmelzefilter

R. Schlottmann, H. Potente

1 Einleitung

Schmelzefilter finden nahezu in der gesamten Kunststoffindustrie Anwendung. Von der Aufbereitung bis zur Verarbeitung führt an den Schmelzefiltern kein Weg vorbei, wenn hochwertige Produkte gefordert sind. Für die Herstellung hochwertiger Extrusionsprodukte wie Fasern und Folien ist es die Aufgabe der Extrusionsanlage, neben der Bereitstellung der geforderten Schmelzmenge sowie der thermischen und mechanischen Homogenität der Schmelze auch die Entfernung von Verunreinigungen aus der Schmelze zu gewährleisten. Durch Lagerung und Handling des Granulats ist eine Kontaminierung der Schmelze mit kleinen Partikeln wie Metallabrieb, Staub etc. nicht auszuschließen, die beim späteren Produkt zu inakzeptablen Qualitätseinbußen oder gar Faden- bzw. Folienabrissen führen können.

Man unterscheidet die Schmelzefilter zwischen automatischen Siebwechslern und Disc- oder Kerzenfiltern. Letztere werden als Großflächenfilter mit Filterflächen bis zu 100 m² und mehr eingesetzt. Ein Schmelzefilter muss dabei bestimmte Anforderungen erfüllen, wie bspw. zulässigen Druckabfall, Strömungsgleichmäßigkeit, Bedienbarkeit etc. Werden empfindliche Kunststoffe verarbeitet, muss außerdem die Verweilzeit und Verweilzeitverteilung der Schmelze möglichst gering gehalten werden. Bei der Auslegung von Großflächenfiltern sind verfahrenstechnische Parameter wie Druckbedarf oder Verweilzeit somit wichtige Einflussfaktoren, die in Abhängigkeit von Durchsatz und Polymer im Vorfeld abgeschätzt werden müssen.

In dieser Veröffentlichung werden Berechnungsansätze vorgestellt, die eine analytische Auslegung eines Großflächen-Schmelzefilters ermöglichen. Neben einer einfachen Handhabung ist eine kurze Rechenzeit gefordert. Aufgrund dieser Anforderungen wird das Berechnungsschema mit Hilfe der Netzwerktheorie beschrieben. Dieses Berechnungsschema kann anschließend in ein Tabellenkalkulationsprogramm eingebunden werden.

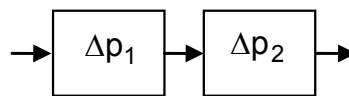
2 Netzwerktheorie

Eine numerische Methode zur Strömungssimulation ist die Netzwerktheorie. Mit Hilfe dieser Methode können komplexe Geometrien beschrieben und analytisch berechnet werden. Anwendung findet diese Methode bspw. in

Simulationsprogrammen zur Auslegung von Breitschlitzwerkzeugen [1, 2]. Dazu wird die Werkzeuggeometrie in einzelne Segmente zerlegt, über denen dann jeweils eine Volumenstrom- und Druckbilanz durchgeführt wird.

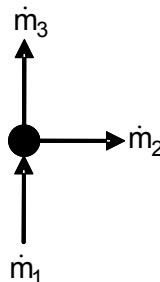
Es gelten in Analogie zu elektrischen Systemen für fluidmechanische Systeme folgende Gesetze:

Reihenschaltung: werden zwei verschieden geformte Abschnitte nacheinander durchströmt, so bleibt der Massenstrom konstant, die Druckabfälle summieren sich.



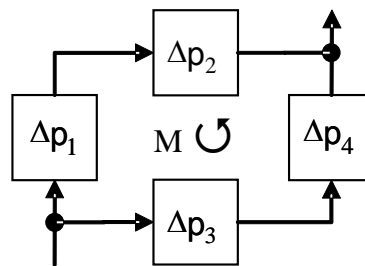
$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad \Delta p_{12} = \Delta p_1 + \Delta p_2 \quad (1)$$

Knotenregel: als Folge der Kontinuität ergibt sich für Knotenströmungen, dass, unter Beachtung der Vorzeichen, die Summe aller Massenströme 0 sein muss.



$$\text{Knoten K: } \sum \dot{m}_K = 0 \quad \Rightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \quad (2)$$

Maschenregel: in einer Masche aus Strömungswiderständen ist, unter Beachtung der Vorzeichen, die Summe der Druckunterschiede 0. Analog zum elektrischen Strom verzweigen sich auch Materialströme stets umgekehrt proportional zum Strömungswiderstand, um den Druckabfall zu minimieren. Dadurch stellt sich auf jedem Strompfad der gleiche Druckabfall ein.



$$\text{Masche M: } \sum \Delta p = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta p_1 + \Delta p_2 = \Delta p_3 + \Delta p_4 \quad (3)$$

3 Zerlegung des Filters in Elemente gleicher Randbedingung

Die Modellierung des Filters erfordert eine Zerlegung in analytisch beschreibbare Elemente. Die Verkettung dieser Elemente wird im folgenden beschrieben.

Der Filter wird dazu in eine Anzahl von i Abschnitten zerlegt, d.h. Gehäusespalt- und Mittelrohrelemente gleicher Länge sowie Filterelemente gleicher Höhe.

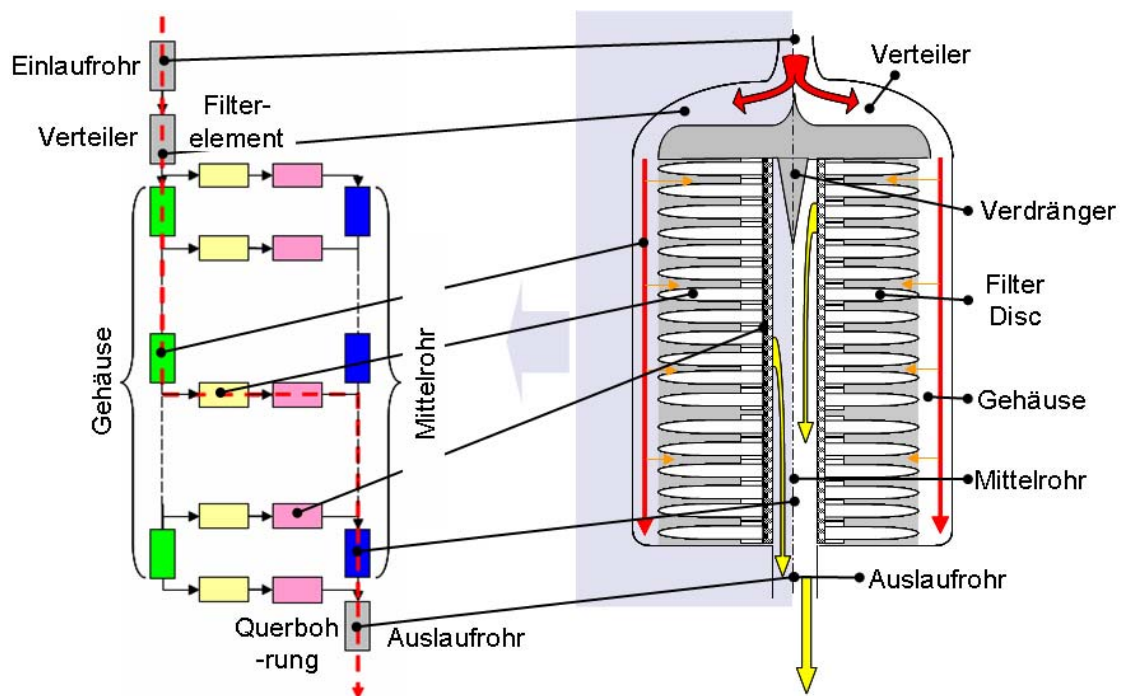


Bild 1: Zerlegung des Schmelzefilters in ein Netzwerk

Die Einzelemente können analytisch berechnet werden, wobei folgende Randbedingungen und Vereinfachungen gelten:

- stationäre Strömung
- laminare Strömung
- Vernachlässigung elastischer Effekte
- keine thixotropen und rheopexen Effekte
- konstante, druck- und temperaturunabhängige Schmelzedichte
- druckunabhängige Viskosität
- kein Ein- und Auslaufdruckabfall
- kein Querströmen der Schmelze zwischen den Berechnungsabschnitten

Basierend auf den oben genannten Annahmen werden die Einzelmente des Schmelzefilters wie folgt berechnet:

Einlaufrohr: das Einlaufrohr ist ein einfaches zylindrisches Rohr, die Druckabfallberechnung erfolgt anhand der folgenden Gleichungen.

Für die laminare Strömung durch ein zylindrisches Rohr kann der Druckabfall wie folgt berechnet werden:

$$\Delta p_R = \frac{8 \cdot \eta \cdot \dot{V} \cdot L}{R^4 \cdot \pi} = \frac{8 \cdot \eta \cdot \dot{m} \cdot L}{\left(\frac{d}{2}\right)^4 \cdot \pi \cdot \rho} = \frac{8 \cdot \eta \cdot \dot{m} \cdot L}{GW_R \cdot \rho} \quad \text{mit} \quad GW_R = \left(\frac{d}{2}\right)^4 \pi \quad (4)$$

Die lokale Viskosität wird dazu aus dem Carreau-Ansatz berechnet:

$$\eta_E(\dot{\gamma}, T_0) = \frac{A \cdot a_T}{(1 + B \cdot \dot{\gamma} \cdot a_T)^c} \quad (5)$$

Die Beschreibung der Schmelzeviskosität durch den Carreau-Ansatz gilt ebenfalls für die nachfolgenden Ansätze. Der Temperaturverschiebungsfaktor a_T wird ermittelt aus den Temperaturunterschieden und dem WLF-Ansatz zur Berechnung nach [3].

Die Schergeschwindigkeit ist mit Gleichung (6) in Gleichung (5) einzusetzen. Aus der Starttemperatur am Anfang des Einlaufrohres wird mit Hilfe des WLF-Ansatzes [3] der örtliche Temperaturverschiebungsfaktor berechnet.

Die Lage des Schnittpunktes der Schergeschwindigkeiten von Newton'schen und strukturviskosen Fluiden - also des repräsentativen Ortes im Rohr - hängt im Prinzip vom Fließverhalten des Stoffes ab, kann jedoch für Kunststoffschmelzen mit guter Genauigkeit als konstant angesehen werden.

Der repräsentative Abstand von der Kanalmitte im Kreisrohr beträgt laut [4] für den in der Praxis interessierenden Fließexponentenbereich mit sehr kleinen Fehlern (<1,8%) konstant 0,815.

Die repräsentative Schergeschwindigkeit berechnet sich somit zu:

$$\dot{\gamma}_{\text{Nonnewtonian}} = \dot{\gamma}_{\text{Newtonian}} \cdot 0,815$$

$$\bar{\dot{\gamma}}_R = \frac{4 \cdot \dot{V}}{R^3 \cdot \pi} \cdot \bar{e}_0 = \frac{4 \cdot \dot{m}}{R^3 \cdot \pi \cdot \rho} \cdot 0,815 \quad (6)$$

Der treibende Druck einer Kanaldurchströmung wird durch die Reibung in Wärme umgewandelt, so dass sich die Schmelztemperatur erhöht und die Viskosität wiederum ändert.

Auf Basis der Energiegleichung ergibt sich durch Eigenerwärmung folgender Temperaturanstieg der strömenden Schmelze [5] im adiabaten Fall:

$$\Delta T = \frac{\Delta p}{\rho \cdot c_{sW}} \quad (7)$$

Als Temperaturerhöhung für verschiedene Thermoplaste gibt [6] dazu folgende Näherungswerte an:

Polymer	HDPE	LDPE	PP	PVC	PS	PET	PA	PC	PMMA
$\frac{\Delta T}{\Delta p} \left[\frac{\text{K}}{\text{bar}} \right]$	0,05	0,05	0,05	0,043	0,049	0,052	0,05	0,048	0,05

Tabelle 1: Spezifische Temperaturerhöhung für verschiedene Thermoplaste

Für die folgenden Berechnungen wird die Temperaturerhöhung in Abhängigkeit vom treibenden Druck bezeichnet mit ΔT_p (ΔT_p ist abhängig vom Polymertyp, siehe Tabelle 1).

Die Temperatur am Ende des Einlaufrohres beträgt in Abhängigkeit der Starttemperatur und dem Druckabfall:

$$T_E = T_0 + \Delta T_p \cdot \Delta p_E \quad (8)$$

Verteiler: der Verteiler besteht aus drei Abschnitten (Rohr, Kegelstumpf und Ringspalt), die in Reihe geschaltet sind. Der Druckabfall des Verteilers ergibt sich somit aus der Addition der drei Abschnittsdruckabfälle, die sich gemäß den Gleichungen (4), (9) und (11) berechnen lassen.

Bei der Durchströmung einer Kegelbohrung ergibt sich folgender Druckunterschied zwischen Eingangs- (Index 1) und Ausgangsquerschnitt (Index 2):

$$\Delta p_{KS} = \frac{8 \cdot \eta \cdot \dot{V} \cdot L}{\bar{R}^4 \cdot \pi} \cdot \frac{1 - \left(\frac{R_{2,KS}}{R_{1,KS}}\right)}{3 \cdot \left(\frac{R_{1,KS}}{R_{2,KS}} - 1\right)} = \frac{8 \cdot \eta \cdot \dot{m} \cdot L}{\left(\frac{\bar{d}_{KS}}{2}\right)^4 \cdot \pi \cdot \rho} \cdot \frac{1 - \left(\frac{d_{2,KS}}{d_{1,KS}}\right)}{3 \cdot \left(\frac{d_{1,KS}}{d_{2,KS}} - 1\right)} = \frac{8 \cdot \eta \cdot \dot{m} \cdot L}{GW_{KS} \cdot \rho} \quad (9)$$

$$\text{mit: } GW_{KS} = \left(\frac{\bar{d}_{KS}}{2}\right)^4 \cdot \pi \cdot \frac{3 \cdot \left(\frac{d_{1,KS}}{d_{2,KS}} - 1\right)}{1 - \left(\frac{d_{2,KS}}{d_{1,KS}}\right)}$$

Für den Spezialfall einer Ringspaltströmung gelten für Kanalhöhe und -breite:

$$H = \frac{d_a - d_i}{2} \quad B = d \cdot \pi = \frac{d_a + d_i}{2} \cdot \pi \quad (10)$$

Durch Einsetzen von (10) in die analytische Gleichung zur Druckabfallberechnung für einfache Rechteckkanäle ergibt sich für den Druckabfall im Ringspalt:

$$\Delta p_{RS} = \frac{12 \cdot \eta \cdot \dot{m} \cdot L}{\frac{d_a + d_i}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_a - d_i}{2}\right)^3 \cdot \rho} = \frac{12 \cdot \eta \cdot \dot{m} \cdot L}{GW_{RS} \cdot \rho} \quad (11)$$

$$\text{mit: } GW_{RS} = \frac{d_a + d_i}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_a - d_i}{2}\right)^3$$

Bei großem Spalt (d.h. großem Durchmesserunterschied zwischen Innen und Außen) entspricht dieser Ringspalt nicht mehr einem aufgewickelten Rechteckkanal. Diese Beziehung gilt daher nur für schmale Spalte mit $B \gg H$.

Zur Bestimmung der Viskosität der Schmelze im jeweiligen Element werden dabei die Schergeschwindigkeiten mit den Gleichungen (6), (12) und (13) ermittelt.

Für die Strömung durch einen konzentrischen Ringspalt nennt [4] folgende Beziehung:

$$\bar{\dot{\gamma}}_{RS} = \frac{\dot{V}}{(R_a^2 - R_i^2) \cdot \bar{R}} \quad \text{mit} \quad \bar{R} = R_a \left(1 + k^2 + \frac{1 - k^2}{\ln(k)}\right)^{\frac{1}{2}} \quad k = \frac{R_i}{R_a} \quad (12)$$

Dies gilt jedoch nur für schmale Spalte mit $\frac{H}{R} \ll 0,1$.

Für die allgemeine ortsabhängige Schergeschwindigkeit innerhalb einer Kegelbohrung gilt laut [4]:

$$\bar{\dot{\gamma}}_{KS}(r) = \frac{4 \cdot \dot{V}}{r^4 \cdot \pi} \cdot \frac{\left[1 - \left(\frac{R_{2,KS}}{R_{1,KS}}\right)\right]^{\frac{3}{4}}}{3 \cdot \left(\frac{R_{1,KS}}{R_{2,KS}} - 1\right)} = \frac{4 \cdot \dot{m}}{r^4 \cdot \pi \cdot \rho} \cdot \frac{\left[1 - \left(\frac{d_{2,KS}}{d_{1,KS}}\right)\right]^{\frac{3}{4}}}{3 \cdot \left(\frac{d_{1,KS}}{d_{2,KS}} - 1\right)} \quad (13)$$

Durch Einsetzen des mittleren Kegeldurchmessers und des repräsentativen Ortes für Kreisquerschnitte ergibt dies die repräsentative Schergeschwindigkeit für einen Kegelstumpf:

$$\bar{\dot{\gamma}}_{KS} = \frac{4 \cdot \dot{m}}{\left(\frac{\bar{d}_{KS}}{2}\right)^3 \cdot \pi \cdot \rho} \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{d_{2,KS}}{d_{1,KS}}\right)}{3 \cdot \left(\frac{d_{1,KS}}{d_{2,KS}} - 1\right)} \right]^{\frac{3}{4}} \cdot 0,815 \quad (14)$$

Der örtliche Temperaturverschiebungsfaktor und somit auch die Viskosität im Element werden jeweils aus der Endtemperatur des Vorgängerelementes berechnet, d.h.:

$$\eta_{1,V} = f(\dot{\gamma}_{1,V}, T_E); \quad \eta_{2,V} = f(\dot{\gamma}_{2,V}, T_{1,V}); \quad \eta_{3,V} = f(\dot{\gamma}_{3,V}, T_{2,V})$$

Das bedeutet, dass die Temperatur, die sich am Ende eines Elementes durch innere Erwärmung ergibt, als Starttemperatur des nächsten Elementes die Viskosität bestimmt.

Es ergeben sich die lokalen Temperaturen am Ende der drei Verteilerabschnitte:

$$\begin{aligned} T_{1,V} &= T_E + \Delta T_p \cdot \Delta p_{1,V} \\ T_{2,V} &= T_{1,V} + \Delta T_p \cdot \Delta p_{2,V} \\ T_{3,V} &= T_{2,V} + \Delta T_p \cdot \Delta p_{3,V} \end{aligned} \quad (15 \text{ a-c})$$

Gehäuse: Dieser Spalt kann abschnittsweise mit Gleichung (11) und (12) berechnet werden, wobei der Massenstrom schrittweise um den jeweiligen Filterstrom abnimmt (siehe Gleichung (21)).

Der Temperaturverschiebungsfaktor für das erste Gehäuseelement berechnet sich dabei aus der Endtemperatur des Verteilerringspaltes, die übrigen jeweils aus dem vorhergehenden Gehäuseelement:

$$\eta_{1,G} = f(\dot{\gamma}_{1,G}, T_{3,V}); \quad \eta_{i,G} = f(\dot{\gamma}_{i,G}, T_{i-1,G})$$

Filterelement: Der Druckabfall im Filterelement selbst wird mit Hilfe eines normierten Filterkennwertes, des spezifischen Druckabfalles, berechnet.

$$\Delta p_{i,F} = dp_F \cdot \frac{\dot{m}_{i,F} \cdot \eta \cdot n_i}{n_d} \quad \text{mit} \quad [dp_F] = \frac{\text{bar} \cdot \text{h}}{\text{kg} \cdot \text{Pas}} \quad (16)$$

Die Ermittlung dieses Filterkennwertes erfolgt nach Herstellerangaben.

Zur Berechnung der Viskosität wird gemäß Herstellerangaben eine konstante Schergeschwindigkeit von $\dot{\gamma} = 20\text{s}^{-1}$ angenommen.

Zur Berechnung des Temperaturverschiebungsfaktors wird jeweils die Temperatur des vorherigen Gehäuseelementes verwendet:

$$\eta_{1,F} = f(20\text{s}^{-1}, T_{i-1,G})$$

Querbohrung: Die Querbohrungen sind Rohrabschnitte, die pro Filterabschnitt parallel durchströmt werden. Der Filterstrom teilt sich dabei auf n_q/i Querbohrungen auf. Der Druckabfall über das Bündel Querbohrungen im Abschnitt i ergibt sich demnach mit Gleichung (4) zu:

$$\Delta p_{i,q} = \frac{8 \cdot \eta \cdot \tilde{m}_{i,q} \cdot L_q}{GW_q \cdot \rho} = \frac{8 \cdot \eta \cdot m_{i,F} \cdot \frac{i}{n_q} \cdot L_q}{GW_q \cdot \rho} \quad (17)$$

wobei zur Berechnung der Viskosität die repräsentative Schergeschwindigkeit nach Gleichung (6) mit dem Massenstrom $\tilde{m}_{i,q} = \dot{m}_{i,F} \cdot \frac{i}{n_q}$ einzusetzen ist.

Der Temperaturverschiebungsfaktor wird aus der Temperatur am Ende des zugehörigen Filterelementes bestimmt.

Um den Umfang des Berechnungstools und die erforderliche Berechnungszeit gering zu halten, wurde auf eine Berücksichtigung des Einlaufdruckabfalls verzichtet.

Mittelrohr: Oberhalb des Verdrängers in Bild 1 kann das Mittelrohr abschnittsweise als einfache Rohrströmung gemäß Gleichung (4) und (6)

berechnet werden. Im unteren Teil wird eine Ringspaltströmung um den Verdrängerkegel gemäß Gleichung (11) und (12) berechnet, wobei innerhalb jedes Abschnitts eine konstante Spalthöhe angenommen wird. In beiden Fällen erfolgt die Berechnung jeweils mit schrittweise zunehmendem Massenstrom.

Die Viskosität im Mittelrohr kann nicht direkt aus der Temperatur des vorherigen Rohrabschnittes bestimmt werden. Die Zuströmung des Filtermassenstroms muss berücksichtigt werden.

Die Temperatur am Anfang des Rohrabschnitts ist das Mischungsergebnis der Zulaufströme:

$$T_{i+1,R}^* = \frac{T_{i,R} \cdot \dot{m}_{i,R} + T_{i+1,q} \cdot \dot{m}_{i+1,F}}{\dot{m}_{i,R} + \dot{m}_{i+1,F}} = \frac{T_{i,R} \cdot \dot{m}_{i,R} + T_{i+1,q} \cdot \dot{m}_{i+1,F}}{\dot{m}_{i+1,R}} \quad (18)$$

Es folgt daraus:

$$T_{i+1,R}^* = \frac{(T_{i,R}^* + \Delta T_p \cdot \Delta p_{i,R}) \cdot \dot{m}_{i,R} + T_{i+1,q} \cdot \dot{m}_{i+1,F}}{\dot{m}_{i+1,R}} \quad (19)$$

Auslaufrohr: Die Berechnung des Auslaufrohrs erfolgt analog der Berechnung des Einlaufrohrs.

4 Verkettung von Strömungswiderständen

Die einzelnen (analytisch beschreibbaren) Strömungswiderstände müssen nun zum Gesamtsystem verkettet werden. Dabei führt die Anwendung der Netzwerktheorie zu folgenden Gleichungen:

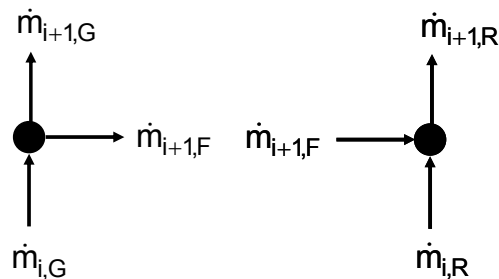
Reihenschaltung:

Auf Basis des rheologischen Modells des Schmelzefilters und gemäß der Zerlegung in Abschnitte (siehe Bild 1) liegt zwischen dem Filtermaterial und den Querbohrungen ins Mittelrohr eine Reihenschaltung vor. Die Anwendung von Gleichung (1) ergibt:

$$\dot{m}_{i,F} = \dot{m}_{i,q}; \quad \Delta p_{F,q} = \Delta p_{i,F} + \Delta p_{i,q} \quad (20)$$

Knotenregel:

Bei näherer Betrachtung des Schmelzefilters gemäß Bild 1 liegt ein solcher Knoten im Spalt zwischen Gehäuse und Filterelement, da zwischen zwei Spaltelementen ein Materialstrom ins Filterelement abzweigt. Ein weiterer Knoten befindet sich zwischen zwei Mittelrohrelementen, wo sich die Mittelrohrströmung um die Filterströmung erhöht.



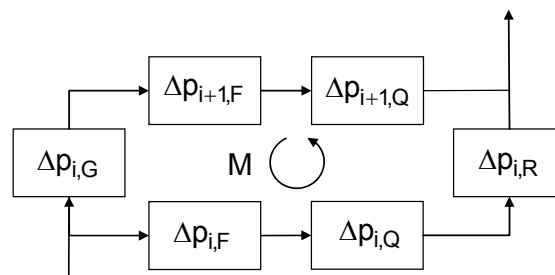
Mit Hilfe von Gleichung (2) erhält man folgende Beziehungen:

$$\text{Knoten K: } \sum \dot{m}_K = 0 \text{ bzw. } \dot{m}_{i,G} = \dot{m}_{i+1,G} - \dot{m}_{i+1,F} \text{ und} \quad (21)$$

$$\dot{m}_{i,R} + \dot{m}_{i+1,F} = \dot{m}_{i+1,G}$$

Maschenregel:

Eine Masche umfasst je ein Gehäusespalt- und Mittelrohrelement, sowie jeweils zwei aufeinander folgende Filter- und Querbohrungselemente.



Hier liefert die Gleichung (3):

$$\text{Masche M: } \sum \Delta p_M = 0 \text{ bzw. } \Delta p_{i,F} + \Delta p_{i,Q} + \Delta p_{i,R} = \Delta p_{i,G} + \Delta p_{i+1,F} + \Delta p_{i+1,Q} \quad (22)$$

5 Bilanzierung des gesamten Schmelzefilters

Der Druckabfall über dem gesamten Schmelzefilter ergibt sich aus der Addition der Einzeldruckabfälle entlang eines Strompfades. Gemäß der Maschenregel muss dieser Gesamtdruckabfall unabhängig vom betrachteten Stromfaden konstant sein. Gleichung (23) beschreibt das zu lösende Gleichungssystem des kompletten Schmelzefilters. Hierbei gibt die Variable i die Höhe an, in der der betrachtete Stromfaden von der axialen Gehäusespaltströmung in die radiale Filterelementdurchströmung abzweigt.

$$\Delta p_{\text{ges}}(i) = \Delta p_E + \Delta p_V + \sum_{j=0}^{i-1} \Delta p_{j,G} + \Delta p_{i,F} + \Delta p_{i,q} + \sum_{j=i}^{n_i} \Delta p_{j,R} + \Delta p_A = \text{const.} \quad \forall i \quad (23)$$

$$\text{mit } \Delta p_E \propto \dot{m}_E$$

Die jeweiligen Einzeldruckabfälle lassen sich wie folgt bestimmen: Für die Druckabfälle in Einlaufrohr, Verteiler und Auslaufrohr gelten die Gleichungen (4), (9) und (11). Ersetzt man jeweils alle Konstanten durch einen elementabhängigen Widerstandsvorfaktor k , so erhält man folgende Proportionalitäten:

$$\Delta p_E = k_E \cdot \dot{m} \quad \Delta p_V = k_V \cdot \dot{m} \quad \Delta p_A = k_A \cdot \dot{m} \quad (24)$$

Für den Druckabfall im Gehäuseringspalt bis zur Höhe i summieren sich die Einzeldruckabfälle gemäß Gleichung (11):

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{i-1} \Delta p_{j,G} &= \sum_{j=0}^{i-1} \frac{12 \cdot \eta \cdot \dot{m}_{j,G} \cdot L}{GW_G \cdot \rho} = \frac{12 \cdot \eta \cdot L}{GW_G \cdot \rho} \cdot \sum_{j=0}^{i-1} \left(\dot{m} - \sum_{k=0}^j \dot{m}_{k,F} \right) \\ &= k_G \cdot \sum_{j=0}^{i-1} \left(\dot{m} - \sum_{k=0}^j \dot{m}_{k,F} \right) = k_G \cdot \left(\sum_{j=0}^{i-1} \dot{m} - \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^j \dot{m}_{k,F} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

Die Druckabfälle in Filterelement und Querbohrung addieren sich gemäß Gleichung (1) bei konstantem Massenstrom. Der Filterdruckabfall wird laut Herstellerangaben, der Druckabfall über den Querbohrungen gemäß Gleichung (16) berechnet.

$$\Delta p_{i,F} = k_F \cdot \dot{m}_F \quad \Delta p_{i,q} = k_q \cdot \dot{m}_{i,q} = k_q \cdot \dot{m}_{i,F} \quad (26)$$

Für den Druckabfall im Mittelrohr ab der Höhe i summieren sich die Einzeldruckabfälle gemäß Gleichung (4):

$$\begin{aligned} \sum_{j=i}^{n_i} \Delta p_{j,R} &= \sum_{j=i}^{n_i} \frac{8 \cdot \eta \cdot \dot{m}_{j,R} \cdot L}{GW_R \cdot \rho} = \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{GW_R \cdot \rho} \cdot \sum_{j=i}^{n_i} \dot{m}_{j,R} \\ &= \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{GW_R \cdot \rho} \cdot \sum_{j=i}^{n_i} \sum_{k=0}^j \dot{m}_{k,F} = k_R \cdot \sum_{j=i}^{n_i} \sum_{k=0}^j \dot{m}_{k,F} \end{aligned} \quad (27)$$

Durch Einsetzen der Beziehungen (24) bis (27) in Gleichung (23) ergibt sich das Gleichungssystem gemäß Gleichung (28).

$$\begin{aligned} p(i) &= (k_E + k_V + k_A) \cdot \dot{m} + k_G \left(\sum_{j=0}^{i-1} \dot{m} - \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^j \dot{m}_{k,F} \right) + k_F \cdot \dot{m}_{i,F} + k_q \cdot \dot{m}_{i,F} \\ &+ k_R \cdot \sum_{j=i}^{n_i} \sum_{k=0}^j \dot{m}_{k,F} \\ p(i) &= \text{const.} \end{aligned} \quad (28)$$

Dieses Gleichungssystem für den kompletten Schmelzefilter ist nur von den einzelnen Filterströmen abhängig.

- Durch Aufteilung des Filters in eine Anzahl Abschnitte i ergeben sich ebenso viele mögliche Strompfade, d.h. ein System mit i Gleichungen.
- Diese Gleichungen enthalten als Unbekannte die Anzahl i Filterdurchsätze sowie den Gesamtdruckabfall, d.h. die Gesamtzahl der Unbekannten im Gleichungssystem ist $i+1$.
- Dieses Gleichungssystem ist einfach unterbestimmt und somit näherungsweise lösbar.
- Bei der numerischen Berechnung wird der Gesamtdruckabfall iterativ minimiert. Dazu bestimmt das Programm den Gesamtdruckabfall, ändert

die Filterströme ein wenig, errechnet den Druckabfall erneut und vergleicht die Ergebnisse miteinander. Schrittweise wird so die optimale Durchflussverteilung mit dem geringsten Druckabfall ermittelt.

6 Berechnung der Verweilzeiten

Ein wichtiger Aspekt der Filteranalyse ist die Betrachtung der Schmelzebelastung, bspw. der maximalen Verweilzeit, Temperatur und Schergeschwindigkeit.

Zur Berechnung der Verweilzeit der Schmelze im Filter werden die einzelnen Verweilzeiten in den jeweiligen Abschnitten berechnet. Aufgrund der kurzen Verweilzeit der Schmelze im Einlauf- und Auslaufrohr sowie im Verteiler werden diese Bereiche nicht in die Betrachtung einbezogen.

Mittelrohr- und Gehäuse::

$$t_{i,R,G} = \frac{L_{i,R,G}}{V_{i,R,G}} = \frac{L_{i,R,G} \cdot A_{i,R,G}}{\dot{V}_{i,R,G}} = \frac{L_{i,R,G} \cdot A_{i,R,G} \cdot \rho}{\dot{m}_{i,R,G}} \quad (29)$$

Filterelementabschnitt:

$$t_{i,F} = \frac{V_{i,F} \cdot \rho}{\dot{m}_{i,F}} \quad (30)$$

Gesamtverweilzeit:

Die Gesamtverweilzeit eines Strompfades resultiert aus der Summe der Einzelverweilzeiten des Fließweges.

$$t_{i,ges} = \sum_{j=1}^i t_{j,G} + t_{i,F} + \sum_{j=i}^{n_i} t_{j,R} \quad (31)$$

Durch Einsetzen der Formeln (29) und (30) in (31) ergibt sich für die Gesamtverweilzeit:

$$t_{i,ges} = \sum_{j=1}^i \frac{L_j \cdot A_{j,G} \cdot \rho}{\dot{m}_{j,G}} + \frac{V_{i,F} \cdot \rho}{\dot{m}_{i,F}} + \sum_{j=i}^{n_i} \frac{L_j \cdot A_{j,R} \cdot \rho}{\dot{m}_{j,R}} \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{j=1}^i \frac{L_j \cdot (d_{a,j,G}^2 - d_{i,j,G}^2) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \rho}{\dot{m}_{j,G}} + \frac{V_{i,F} \cdot \rho}{\dot{m}_{i,F}} + \sum_{j=i}^{n_i} \frac{L_j \cdot d_{j,R}^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \rho}{\dot{m}_{j,R}} \\
&= L_j \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \rho \cdot \sum_{j=1}^i \frac{(d_{a,j,G}^2 - d_{i,j,G}^2)}{\dot{m}_{j,G}} + \frac{V_{i,F} \cdot \rho}{\dot{m}_{i,F}} + L_j \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \rho \cdot \sum_{j=i}^{n_i} \frac{d_{j,R}^2}{\dot{m}_{j,R}}
\end{aligned}$$

7 Simulation der Filterverschmutzung

Um die Folgen der Verschmutzung des Schmelzefilters vorherzusagen, können die Berechnungen erweitert werden.

Dazu wird die Berechnung des Schmelzefilters mehrmals hintereinander durchgeführt, wobei der Strömungswiderstand im Filterelement jeweils proportional zum vorher durchflossenen Schmelzestrom erhöht wird. Dies entspricht einer im Schmelzevolumen gleichmäßig verteilten Verschmutzung.

Es gilt so für jedes Filterelement i bei k -facher Verschmutzungssimulation:

$$\Delta p_{i,k,F} = dp_{i,k,F} \cdot \frac{\dot{m}_{i,F} \cdot \eta \cdot n_i}{n_d} \quad (33)$$

$$\text{mit: } dp_{i,k,F} = dp_{i,0,F} \cdot \frac{1 + \sum_{l=1}^k \dot{m}_{i,l,F}}{\dot{m}_{\text{ges}}}$$

Wird bei der Umsetzung des Berechnungstools in einem Tabellenkalkulationsprogramm der Filter in bspw. 50 Abschnitte unterteilt, beträgt der Filtermassenstrom im Mittel 2% des Gesamtmassenstroms. Pro Verschmutzungsberechnung erhöht sich daher der Filterdruckabfall ebenfalls um ca. 2%.

8 Programmtechnische Umsetzung in einem Tabellenkalkulationsprogramm (EXCEL®)

Mit Hilfe der Tabellenkalkulationssoftware EXCEL® ist es möglich, Gleichung (29) zu berechnen. Dazu wird das EXCEL®-Add-In-Programm „Solver“ genutzt,

eine Programmerweiterung speziell zum Eingeben und Lösen von Gleichungssystemen.

Im Programm werden folgende Randbedingungen definiert, wobei eine Anzahl von 50 Elementen angenommen wird:

$$\bullet \quad \dot{m}_{50,R} = \dot{m}_{\text{ges}} \quad (34)$$

Der Filter wird vom Gesamtmassenstrom durchströmt.

Die Bedingung $\dot{m}_{i,F} > 0 \quad \forall \quad i$, d.h. alle Filterelemente werden in Flussrichtung durchströmt (es gibt keine Wirbel oder Kreisströme), muss programmtechnisch ersetzt werden:

$$\bullet \quad \dot{m}_{i,F} \geq 0 \quad \forall \quad i \quad (35)$$

Es ist keine Eingabe von „>“, sondern nur „≥“ möglich

Bei eventuell auftretenden Nullelementen kann es erforderlich sein, zusätzlich einen positiven Startfilterstrom zu fordern:

$$\bullet \quad \dot{m}_{i,F} \geq 0,001 \quad (36)$$

Startwert, damit alle Zellen berechnet werden können (keine Singularitäten).

Die Hauptbedingung $\Delta p_{i,\text{ges}} = \text{const} \quad \forall \quad i$ muss ebenfalls programmtechnisch umformuliert werden, da keine Konstanten definiert werden können.

- Alternativ wird eine Matrixgleichung programmiert:

$$\begin{bmatrix} \Delta p_{50,\text{ges}} \\ \vdots \\ \Delta p_{i,\text{ges}} \\ \vdots \\ \Delta p_{2,\text{ges}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta p_{49,\text{ges}} \\ \vdots \\ \Delta p_{i,\text{ges}} \\ \vdots \\ \Delta p_{1,\text{ges}} \end{bmatrix} \quad (37)$$

- Zielzelle ist der Gesamtdruckverlust des Schmelzefilters, dieser wird vom Programm schrittweise minimiert.

Das Programm „Solver“ liefert als Ergebnis neben dem Gesamtdruckabfall die einzelnen Filtermassenströme bzw. deren Verteilung.

9 Vergleich der Berechnungsergebnisse mit experimentell ermittelten Werten

Zur Überprüfung der Berechnungsergebnisse wurden für zwei Schmelzefilter (1. Filter: 60 Disc-Elemente; 2. Filter: 180 Disc-Elemente) die Druckabfälle experimentell ermittelt. Diese wurden mit den Ergebnissen der EXCEL-Berechnung verglichen, siehe Bild 2.

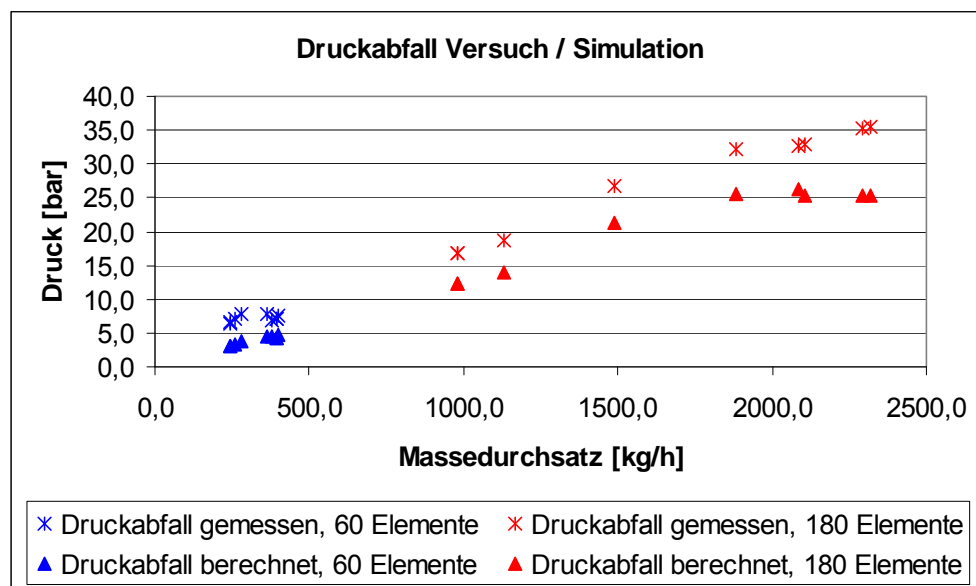


Bild 2: Vergleich berechneter / gemessener Druckabfall

Zu erkennen ist, dass der Druckabfall tendenziell korrekt berechnet wird. Für beide Filtertypen (60 bzw. 180 Elemente) liegen die berechneten Druckabfallwerte ca. 4-6 bar unterhalb den experimentelle ermittelten Werten. Diese Differenz lässt sich durch die angenommen Randbedingungen erklären, im Folgenden sind beispielhaft zwei Randbedingungen mit starkem Einfluss auf den Druckabfall aufgeführt:

- Materialparameter: sind die angenommenen rheologischen Daten korrekt?
- spezifischer Druckabfallwert der Disc: sind die Angaben der Disc-Hersteller korrekt?

10 Zusammenfassung

Anhand der beschriebenen Berechnungsmethode ist es möglich, einen Schmelzefilter mit Hilfe der Netzwerktheorie und analytischen Gleichungen zu berechnen und somit für einen Extrusionsprozess auszulegen. Das Berechnungsschema kann problemlos in einem Tabellenkalkulationsprogramm umgesetzt werden, was eine einfache Handhabung ermöglicht. Diese Vorgehensweise bietet gegenüber der FEM-Simulation einen erheblichen Zeitvorteil, insbesondere entfallen die sehr zeitaufwändigen und anspruchsvollen Vorbereitungen einer FEM-Simulation (Erstellung des 3D-CAD-Modells, Vernetzung, Definition von Randbedingungen etc.), die nur von geschultem Fachpersonal durchführbar sind.

Ist das Berechnungsschema programmtechnisch umgesetzt, kann ein Großflächen-Schmelzefilter hinsichtlich des Druckabfalls und Verweilzeit der Schmelze sowie die Schergeschwindigkeitsverteilung der Schmelze im Filter berechnet werden. Somit ist ein Simulationsverfahren entwickelt worden, welches die Auslegung von Großflächen-Schmelzefiltern ermöglicht.

11 Literatur

- [1] Seibel, S. Werkzeuge der Kunststoffverarbeitung
Vorlesungsskript 2006, KTP, Universität Paderborn
- [2] Tadmor, Z;
Gogos, C Principles of Polymer Processing
Wiley Verlag, 1979
- [3] Potente, H. Kunststofftechnologie
Vorlesungsskript 2001, KTP, Universität Paderborn
- [4] Michaeli, W. Extrusionswerkzeuge für Kunststoffe und Kautschuk
Carl Hanser Verlag, München 1991
- [5] Plajer, O. Praktische Rheologie für Kunststoffschmelzen
Zechner & Hüthig Verlag (1970)
- [6] VDMA Kenndaten zur Verarbeitung thermoplastischer
Kunststoffe Teil 1: Thermodynamik
Carl Hanser Verlag, München 1979

12 Symbole

Romanische Symbole

a_T	Temperaturverschiebungsfaktor	[]
A, B, c	Koeffizienten des Carreau-Ansatzes	[Pas],[s],[]
B	Kanalbreite	[mm]
c_{sW}	spezifische Wärmekapazität	[kJ/kgK]
d, D	Durchmesser	[mm]
d_a, d_i	Außen-, Innendurchmesser	[mm]
dp^F	spezifischer Filterdruckverlust	[bar/kg·h/Pas]
e_0	repräsentativer Abstand (Kreisrohr)	[mm]
GW	Geometrischer Widerstand	[mm ⁴]
H	Kanalhöhe	[mm]
k	Druckverlustvorfaktor, konstant	[bar·h/kg]
L	Länge	[mm]
n_i	Anzahl Elemente	[]
n_d	Anzahl Discs	[]
n_q	Anzahl Querbohrungen im Mittelrohr	[]
Δp	Druckabfall	[bar]
\dot{m}	Massenstrom	[kg/h]
R	Radius	[mm]
R_a, R_i	äußerer, innerer Radius	[mm]
T, ΔT	Temperatur, -differenz	[°C]
T^*	Temperatur am Elementanfang	[°C]
\dot{V}	Volumenstrom	[dm ³ /h]

Griechische Symbole

$\dot{\gamma}$	Schergeschwindigkeit	[1/s]
η	Viskosität	[Pas]
ρ	Dichte	[kg/dm ³]

Indizes

0	Anfangs-, Startwert
i	Elementnummer, axiale Koordinate
j, k	Laufvariablen der Summation
A	Auslaufrohr
e	Element
E	Einlaufrohr
F	Filter
G	Gehäuse
K	Knoten
KS	Kegelstumpf
M	Masche
q	Querbohrung
R	Mittelrohr
RS	Ringspalt
V	Verteiler
~	Auf einzelnes Element bezogen
—	Repräsentative Größe

Stichworte: Schmelzefilter, Netzwerktheorie

Keywords: Melt Filter, Network Theory

Autor/author:

Dipl.-Ing. Ralf Schlottmann
Prof. Dr.-Ing. Helmut Potente
Institut für Kunststofftechnik
Universität Paderborn
Warburger Straße 100
3098 Paderborn

E-Mail-Adresse:

ralf.schlottmann@ktp.upb.de

Webseite: www.ktpweb.de

Tel.: +49(0) 5251 / 60 -3937

Fax: +49(0) 5251 / 60-3821

Herausgeber/Editor:

Europa/Europe
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Gottfried W. Ehrenstein, verantwortlich
Lehrstuhl für Kunststofftechnik
Universität Erlangen-Nürnberg
Am Weichselgarten 9
91058 Erlangen
Deutschland
Phone: +49/(0)9131/85 - 29703
Fax.: +49/(0)9131/85 - 29709
E-Mail-Adresse: ehrenstein@lkt.uni-erlangen.de

Amerika/The Americas
Prof. Prof. h.c Dr. Tim A. Osswald,
responsible
Polymer Engineering Center,
Director
University of Wisconsin-Madison
1513 University Avenue
Madison, WI 53706
USA
Phone: +1/608 263 9538
Fax.: +1/608 265 2316
E-Mail-Adresse:
osswald@enr.wisc.edu

Verlag/Publisher:

Carl-Hanser-Verlag
Jürgen Harth
Ltg. Online-Services & E-Commerce,
Fachbuchanzeigen und Elektronische Lizenzen
Kolbergerstrasse 22
81679 Muenchen
Tel.: 089/99 830 - 300
Fax: 089/99 830 - 156
E-mail-Adresse: harth@hanser.de

Beirat/Editorial Board:

Professoren des Wissenschaftlichen
Arbeitskreises Kunststofftechnik/
Professors of the Scientific Alliance
of Polymer Technology